4.4.8 Zase nějaké ...

Předpoklady: 040407

Př. 1: 35,6 l benzínu stálo 993,24 Kč. Kolik Kč by stálo 44,8 litru benzínu?

Čím více benzínu koupíme, tím více musíme zaplatit $\Rightarrow$ přímá úměrnost.
35,6 litru … 993,24 Kč
44,8 litru … x

$$\frac{x}{44,8}=\frac{993,24}{35,6} \quad / \cdot 44,8 \qquad \text{(cena litru benzínu se nemění)}$$
$$x=\frac{993,24}{35,6}\cdot 44,8=1249,92 \text{ Kč.}$$

44,8 litrů benzínu by stálo 1249,92 Kč.

Př. 2: Čistý čas pro napsání testu byl pro každého ze 35 účastníků testování stanoven na 45 minut. Na kolik minut by byl stanoven pro 25 účastníků?

Pokud má být testování spravedlivé, musí mít všichni účastníci stejný čas a ten tedy nezávisí na počtu účastníků $\Rightarrow$ při 25 účastnících bude pro napsání testu opět 45 minut.

Př. 3: 12 táborníků rovnalo dříví 45 minut. Kolik minut by rovnalo dříví 20 táborníků?

Čím větší počet pracovníků, tim kratší doba nutná ke splnění úkolu $\Rightarrow$ nepřímá úměrnost.
12 táborníků … 45 minut
20 táborníků … x

$$12\cdot 45=20\cdot x \quad / :20 \qquad \text{(množství dříví k narovnání je pořád stejné)}$$
$$x=\frac{12\cdot 45}{20}=27 \text{ minut}$$
20 táborníků by dříví poskládalo za 27 minut.

Př. 4: Který z předchozích příkladů představuje přímou úměru? Zapiš jej jako funkci a urči její definiční obor.

Přímou úměru představuje první příklad.
Funkce – postup, jak z nezávislé proměnné získat závislou proměnou.

- nezávislá proměnná: množství litrů benzínu (záleží na naší libovůli),
- závislá proměnná: částka, kterou musíme zaplatit (záleží na množství načepovaného benzínu)

$$y=\frac{993,24}{35,6}x=27,9x$$
Definičním oborem jsou nezáporná reálná čísla (můžeme načepovat principiálně jakékoliv množství benzínu, klidně i žádný).

$D(f) = \langle 0; \infty)$

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je obtížný hlavně kvůli nejasnosti zadání pro žáky (ne proto, že by nebyli schopni zapsat vztah pro výpočet ceny). Bavíme se o tom, co by znamenalo načepování záporného množství benzínu (to dělají zásobovací cisterny) a že v reálu by to asi nešlo uskutečnit.

Př. 5: Zapiš jako funkci libovolnou přímou úměrnost (využij parametr *k*).

U různých pump a různých jiných produktů se liší ceny, ale ve všech případech (pokud nepočítáme množstevní slevy) platí, že placená částka je součin jednotkové ceny a množství.
$y = kx$, $k \in (0; \infty)$

Př. 6: Jeden rohlík stojí 2,90 Kč. Napiš funkci, která udává závislost zaplacené částky na počtu koupených rohlíků. Urči její definiční obor.

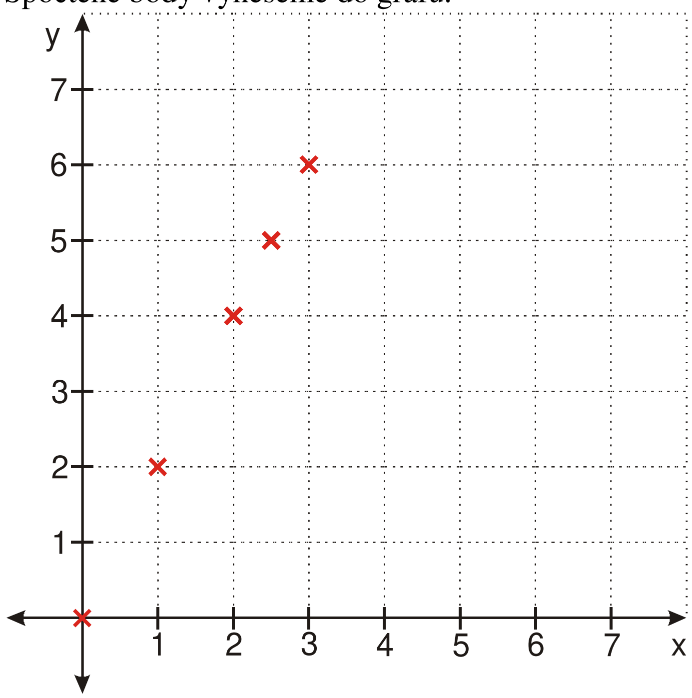
$y = 2{,}9 \cdot x$ (počet rohlíků vynásobíme cenou jednoho rohlíku).
$D = \{0; 1; 2; ...\}$ (nemůžeme koupit ani záporný ani necelý počet rohlíků).

Př. 7: Nakresli graf přímé úměrnosti $y = 2x$.

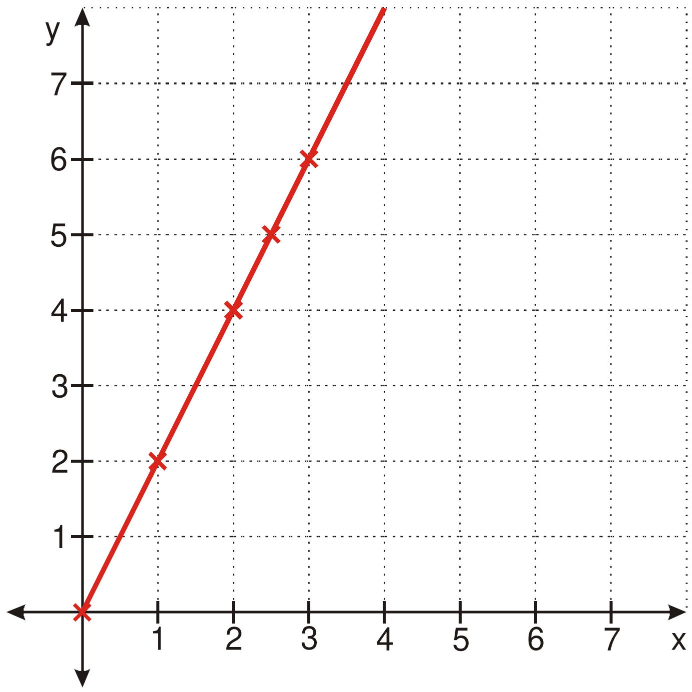
Spočteme si několik bodu grafu.

x	0	1	2	2,5	3
y	0	2	4	5	6

Spočtené body vyneseme do grafu.



V grafu nejsou všechny body, pro které je funkce definována (můžeme spočítat hodnoty i například pro všechna čísla mezi 0 a 1) $\Rightarrow$ vynesené body můžeme spojit přímou čárou (hodnota pro $x = 2{,}5$ napovídá, že je to správný odhad).



Pedagogická poznámka: Většina žáků, kreslí graf funkce $y = \frac{1}{2}x$ kvůli bodu $[2;1]$.
Nepočítají si totiž souřadnice grafu, ale vidí u x dvojku a předpokládají, že musí být nějakým způsobem vidět u osy x v grafu. Neříkám, jak mají graf dělat správně, nechám je zkontrolovat zda bod $[2;1]$ opravdu náleží grafu funkce a většinou to stačí.

Pedagogická poznámka: Pokud žáci nekreslí grafy na čtverečkovaný papír, je třeba hlídat, zda dělají grafy jako polopřímky nebo je kroutí podle toho, jak jsou zkroucené souřadnice.

Př. 8: Nakresli do jednoho obrázku grafy přímých úměrností $y = kx$ pro $k \in \{0,2; 0,5; 1; 2; 3; 5\}$. Jak ovlivňuje hodnota parametru k graf přímé úměrnosti?

Co znamená „grafy přímých úměrností $y = kx$ pro $k \in \{0,2; 0,5; 1; 2; 3; 5\}$“ ?
Nebudeme kreslit jednu přímou úměru, ale přímé úměry, které získáme, když za k postupně dosadíme čísla $\{0,2; 0,5; 1; 2; 3; 5\}$ $\Rightarrow$ šest různých přímých úměrností.

K nakreslení grafu funkce by mělo stačit spočítat jediný bod (pokud je grafem vždy polopřímka), všechny grafy totiž procházejí bodem $[0; 0]$. Bodů však budeme počítat pro jistotu více.

x	0	1	2	5
$y = 0,2x$	0	0,2	0,4	1

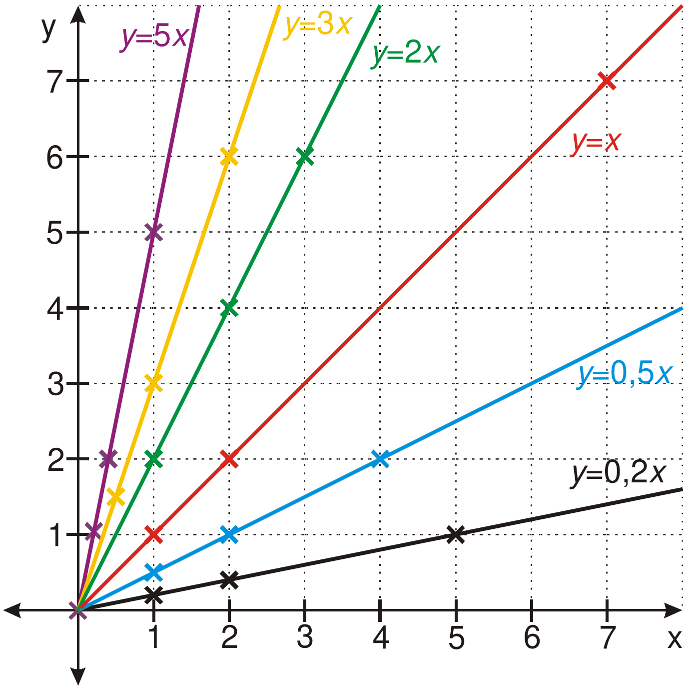
x	0	1	2	4
$y = 0,5x$	0	0,5	2	2

x	0	1	2	7
$y = x$	0	1	2	7

x	0	1	2	3
$y = 2x$	0	2	4	6

x	0	0,5	1	2
$y = 3x$	0	1,5	3	6

x	0	0,2	0,4	1
$y = 5x$	0	1	2	5

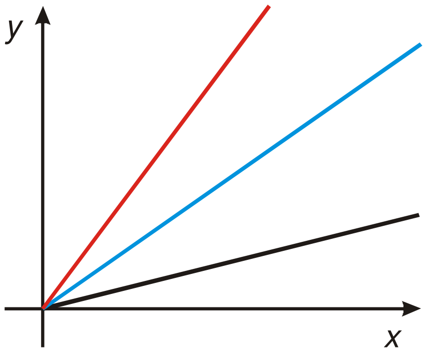


Z obrázků je zřejmé, že čím je větší hodnota koeficientu k, tím je graf strmější. Stejná situace jako u grafů rovnoměrného pohybu ve fyzice, graf s větší rychlostí (s větší hodnotou koeficientu v ve vzorci $s = vt$) stoupá rychleji.

Pedagogická poznámka: Před zadáním příkladu neřešíme kolik bodů musí žáci spočítat, aby graf nakreslili. Bavíme se o tom až při kontrole (většina žáků má v té době již jasno).

Pedagogická poznámka: Snažím se žáky přesvědčit, aby popis funkcí kreslili přímo do obrázků a nekódovali pomocí popisek f_1, které jsou vysvětleny pod obrázkem. Obecně pro všechny obrázky by mělo platit, že informace jsou pokud možno psány tak, aby byly vidět ihned.

Př. 9: V obrázku bez popsaných os jsou zakresleny grafy přímých úměrností: $y = \pi x$, $y = \sqrt{2}x$, $y = \sin 28° \cdot x$. Přiřaď předpisy čarám na obrázku.

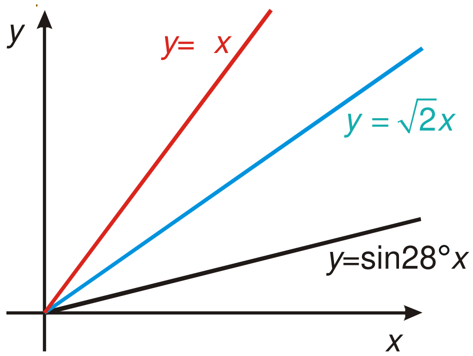


Záleží na hodnotě koeficientu k $\Rightarrow$ napíšeme si přibližné hodnoty koeficientů jednotlivých úměrností:

- $y = \pi x \doteq 3{,}14x$,
- $y = \sqrt{2}x \doteq 1{,}41$,
- $y = \sin 28° \doteq 0{,}47x$.

$\Rightarrow$

- $y = \pi x \doteq 3{,}14x$ - nejstrmější graf,
- $y = \sqrt{2}x \doteq 1{,}41$ - středně strmý graf,
- $y = \sin 28° \doteq 0{,}47x$ - nejméně strmý graf.



Shrnutí: Přímé úměrnosti můžeme jako funkce zapsat ve tvaru $y = kx$.